動的ランダム場中における量子拡散

新潟大 工　山田 弘明
合田 正毅
京大 基研　池田 研介

1.はじめに

古典系でカオス的挙動を示し、運動量空間でブラウン運動的な拡散をする Kicked Rotor を量子化すると、運動量空間の波束は量子干渉効果のため局在する。[1] さらに、この系は形式的に特殊な強結合モデルで記述されるランダム系とみなされ、その局在はアンダーソン局在として理解される。[2] また、この系に古典系を変化させない程度のノイズを加えると、量子系の拡散が回復し、拡散係数は、ノイズレベルを上げるにつれ古典系のそれに近ずく事もわかっている。[3] これらの問題に関連して、ランダム系のアンダーソン局在を詳しく調べ、局在の本質を理解することは重要である。我々は、ランダム系の量子拡散を研究する立場から、一次元ランダム系に関し次のことを目標にする。

• 一次元ランダム系の局在は、どの程度ユニバーサルなものか？
• 局在(あるいは拡散)にはどの程度個性があるか？

この途中の過程であるが、本報告は、静的な乱れの場合に局在する波束が、規則的に変動するランダム系においてどのような挙動を示すのかについて、予備的数値計算による結果の簡単な紹介を目的とする。

2. モデル

次のハミルトニアンで与えられる対角型の乱れをもつ一次元一電子強結合モデルを扱う。

$$H(t) = \sum_{n=1}^{N-1} |n\rangle a(n,t) \langle n| + \sum_{n=1}^{N-1} t(n) \left(|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n| \right) \qquad (1)$$

$$a(n,t) = V(n)(1+\varepsilon \sin \omega t) \qquad (2)$$

ここで、$|n\rangle$ は、サイトnの原子軌道関数、a(n,t)はサイトnでの原子軌道エネルギーの時間(t),空間(n)依存性を表し、V(n)は2-レベルのランダムネス(B-model) あるいは、一様なランダムネス(A-model)を持つとする。(図1参照) 以下、トランスファーエネルギーt(n)を1としてスケールする。また、最近接サイト間のみのトランスファーをもつこのモデルは、ポテンシャルがa(n,t)である差分型シュレーディンガー方程式に従う一次元系と本質的に同等である。a(n,t)が、ガウシアンーホワイト あるいは ガウシアンーマルコフィアン 等の確率過程に従って、変動する場合の一電子波束の量子拡散については、Haken-Strobelの仕事[4] 以来、多くの研究がある。[5] このとき、揺らぎの大きさにかかわらず、波束の広がりを表す平均二乗変位はt-linear になる。これに対し、我々のモデルでは、a(n,t)が規則的に滑らかな時間変動をすることに注意すべきである。このようなモデルは、これまで殆ど調べられていないように思える。そこで、拡散係数の外力の強さεおよび振動数ωに対する依存性を数値計算により評価する。(局在が解け拡散へ向かう時の様子に、局在の個性が現れる可能性がある。)

3.計算結果

初期波束を$\delta_{n,N/2}$ として1-ステップの時間発展は、

$$\Psi(n,(m+1)\Delta t) = \exp\{-iH(m\Delta t)\}\Psi(n,m\Delta t) \qquad (3)$$

で与えられる。(h=1,格子定数=1) 具体的な計算には、精度を考慮し4次のシンプレクチック積分法を用いている。[6] その他の計算のパラメーターは、$\Delta t=0.1$,システムサイズ=256,サンプル数=5 である。平均二乗変位の様子が図2であり、拡散係数のε, ω依存性が図3である。A-model,B-model共に、定性的には、(2)の規則的な時間変動により局在が解け拡散が起っている様にみえる。

さらに、ある有限のε ($=\varepsilon_c$)を越えたときに、始めて、拡散が起るのか否かを調べるため、次のことを考える。t=0で、システムの固有状態を初期波束として用意し、(2)に従った一周期時間発展を行う。この時波束のずれをε, ω の関数としてあらわすと図4,図5になる。ここで、もし ε_c が存在すれば、$\varepsilon < \varepsilon_c$, $\varepsilon > \varepsilon_c$ の εでは、ω 依存性に定性的な違いが現れて然るべきである。しかし、我々の一周期時間発展の結果では、そのようなちがいがみつからなかった。

4.まとめ

以上の数値計算の結果、動的一次元ランダム系における量子拡散について次のようにまとめられる。

(1) 規則的な、滑らかな時間変動を与えることにより、局在は解け、波束の拡散が起る。

(2) そのとき、拡散が起るための振幅の臨界値ε_c は存在しないようにみえ、無限小の εでも拡散が起る可能性がある。但し、さらに詳しい計算により確認する必要がある。

(3) 拡散係数 Dの ε依存性は摂動論により説明できる。

(4) 差分型シュレーディンガー方程式ポテンシャルを$V(n,t)=V(n)+n\varepsilon\cos\omega t$ (ランダムポテンシャル+交流電場)としたときも定性的には同様の振舞いをすることも確認した。

また、今後行うべき問題として次のことを挙げておく。

(1) Kicke Rotatorや Kicked Harper Model[7]において行われているように、対応する古典系の性質を調べる。

(2) この系における具体的なエネルギーの流れを調和振動子を結合させることにより確かめる。

参考文献

[1]S.Fishman, D.R.Grempel and R.E.Prange :Phys.Rev.Lett.49(1982) 509

[2]D.R.Grempel, R.E.Prange and S.Fishman :Phys.Rev.A29(1984) 1693

[3]S.Adachi,M.Toda and K.Ikeda :Phys.Rev.Lett.61(1988)655

[4]H.Haken and G.Strobl :Z.Phys.262(1973) 135

[5]H.Ezaki and F.Sibata :to be published in Physica A 及びその文献

[6]H.Yoshida: Phys.Lett.A150(1990)262
その他に、時間発展演算子の一般論の解説として、次のものがある。
M.Suzuki 岩波 現代の物理学 「径路積分の方法」6章 及びその文献

[7]T.Geisel,R.Ketzmerick and G.Petschel :Phys.Rev.Lett.23(1991)3635

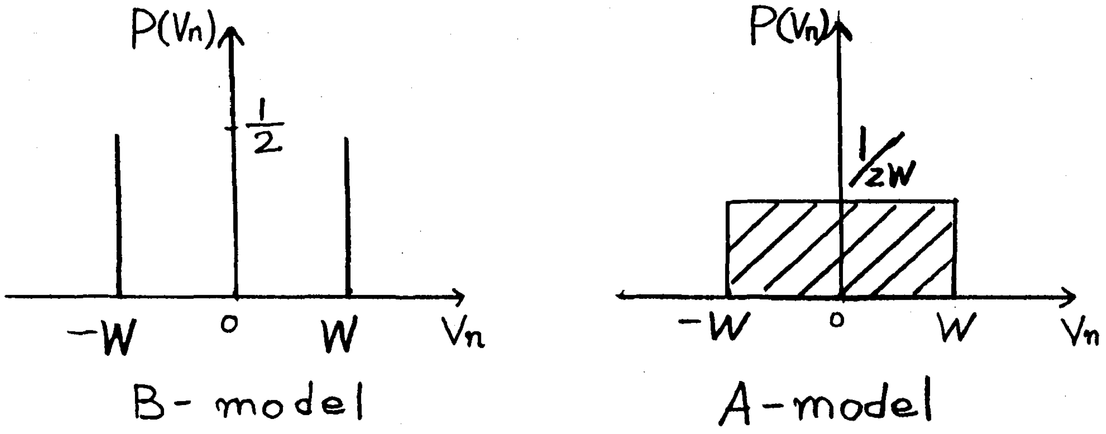

図1.ランダムネスのモデル

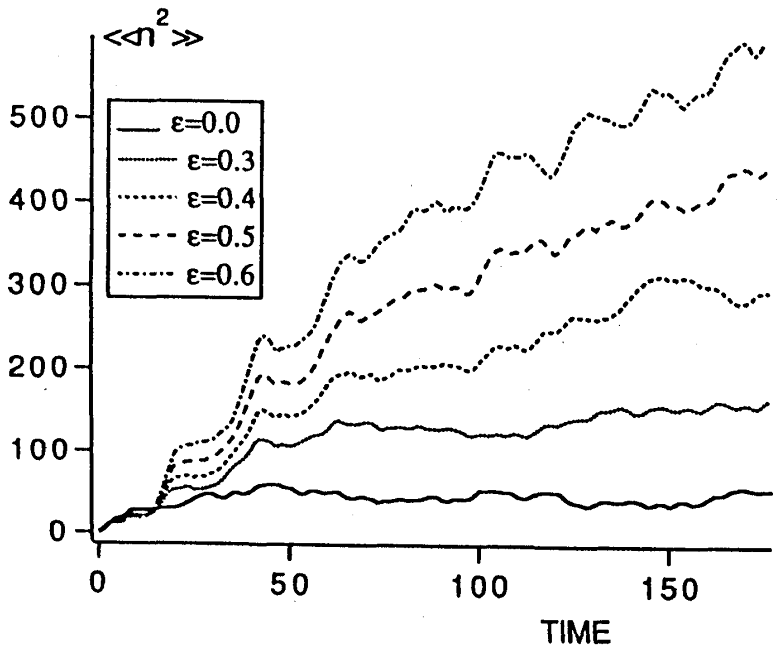

図2.平均二乗変位による拡散の様子(B-model,W=0.9, ω=0.3)

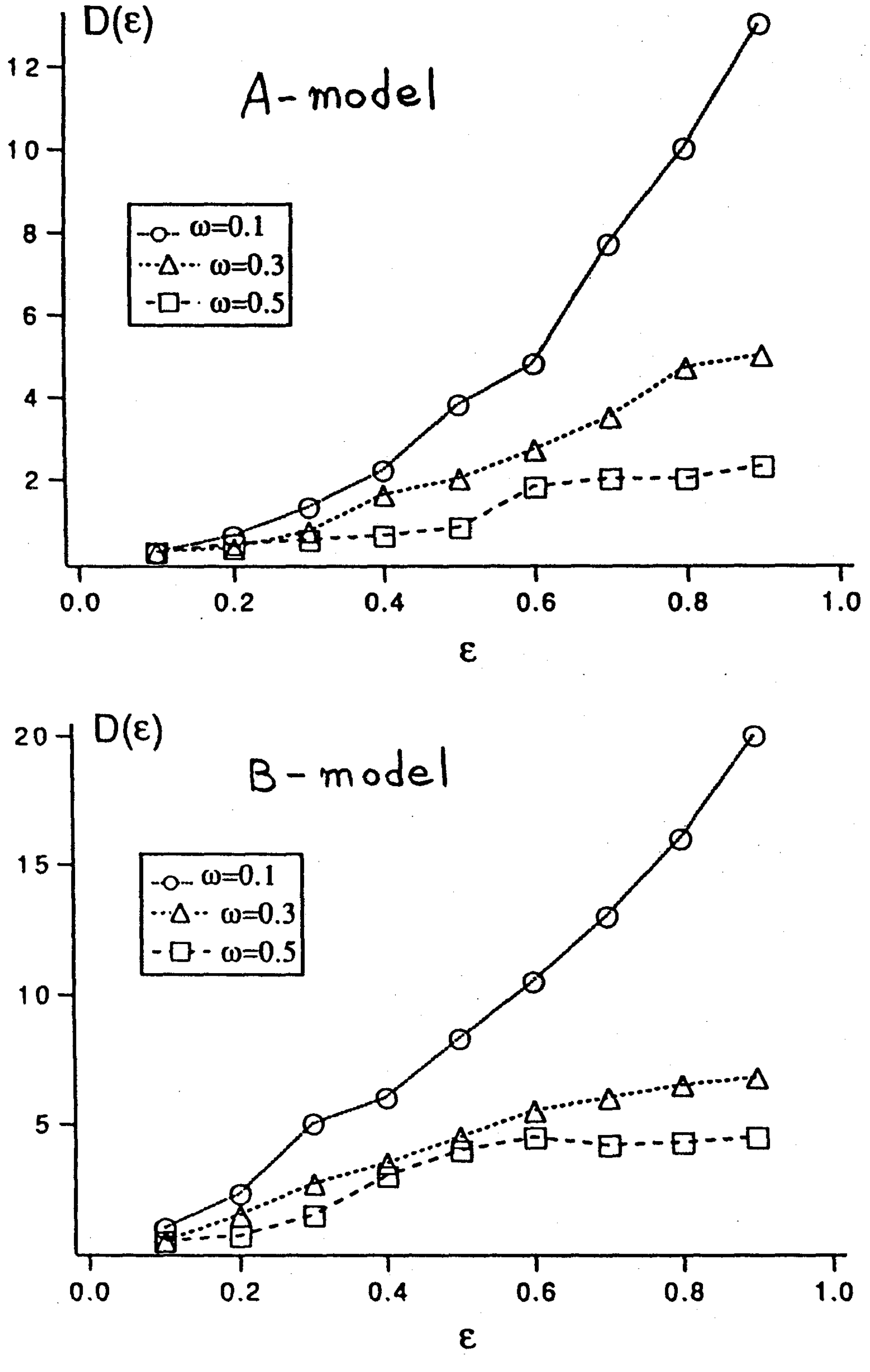

図3.拡散係数の ε, ω 依存性

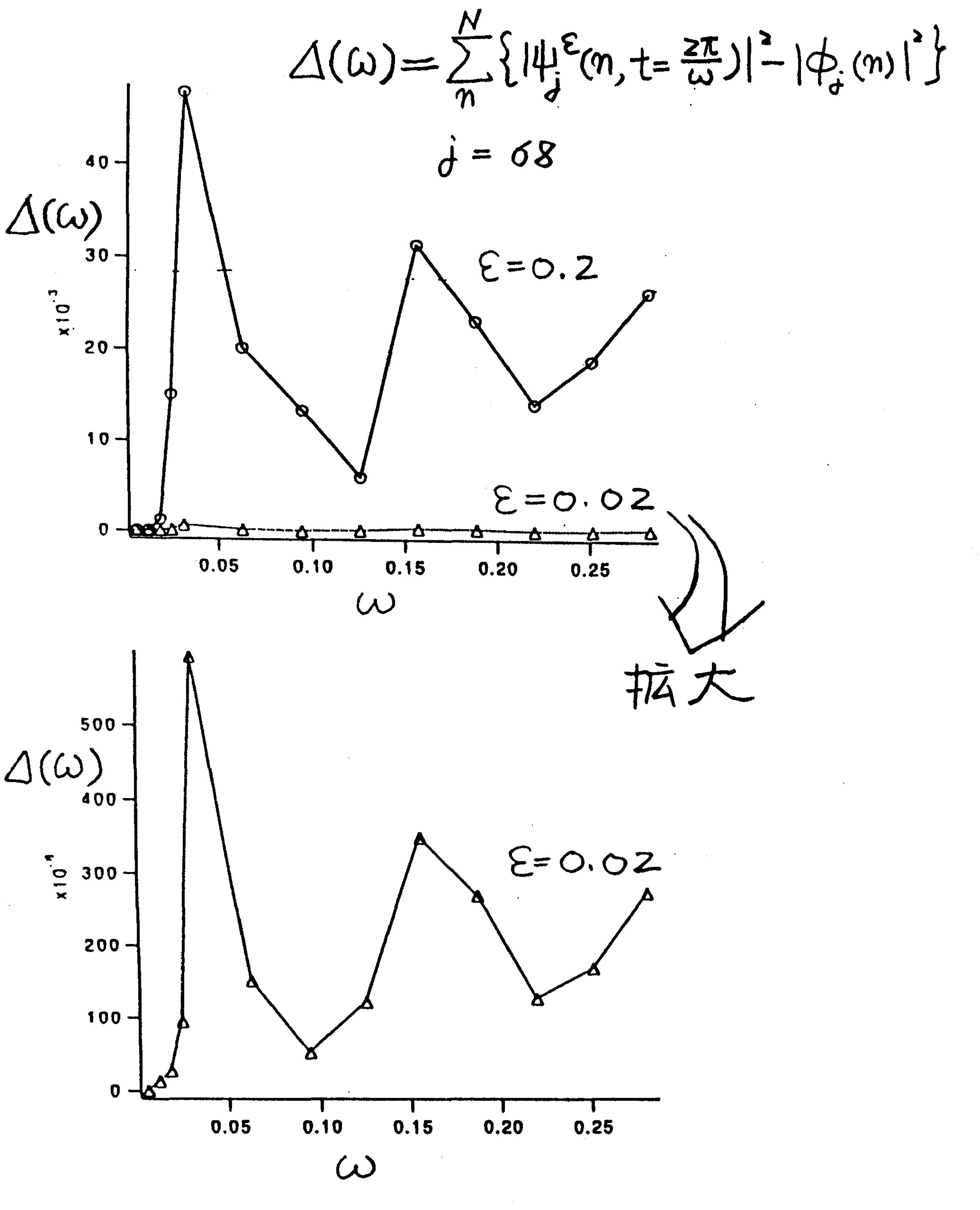

図4.固有状態の一周期時間発展後のずれ(B-model,W=0.5,N=128
,周期的境界条件での68番目の状態)

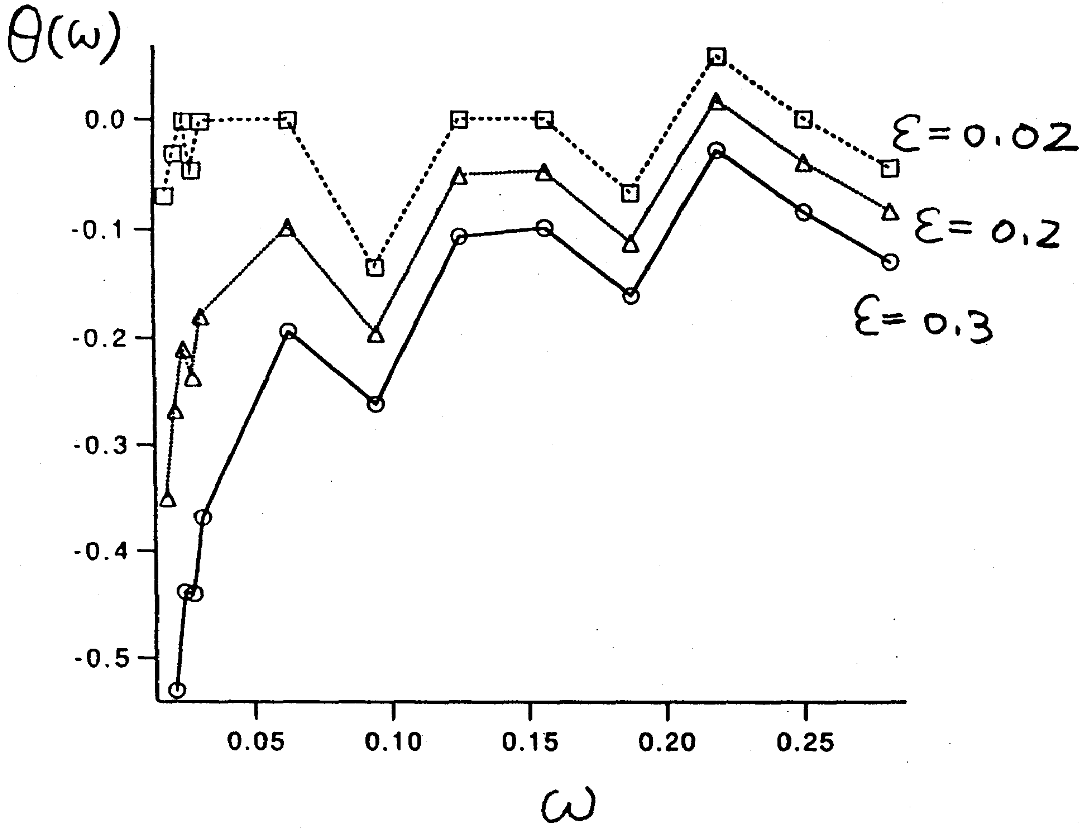

図5.固有状態の一周期時間発展後の位相のずれ